



dr inż. Michał Malinowski
michal.malinowski@uth.edu.pl



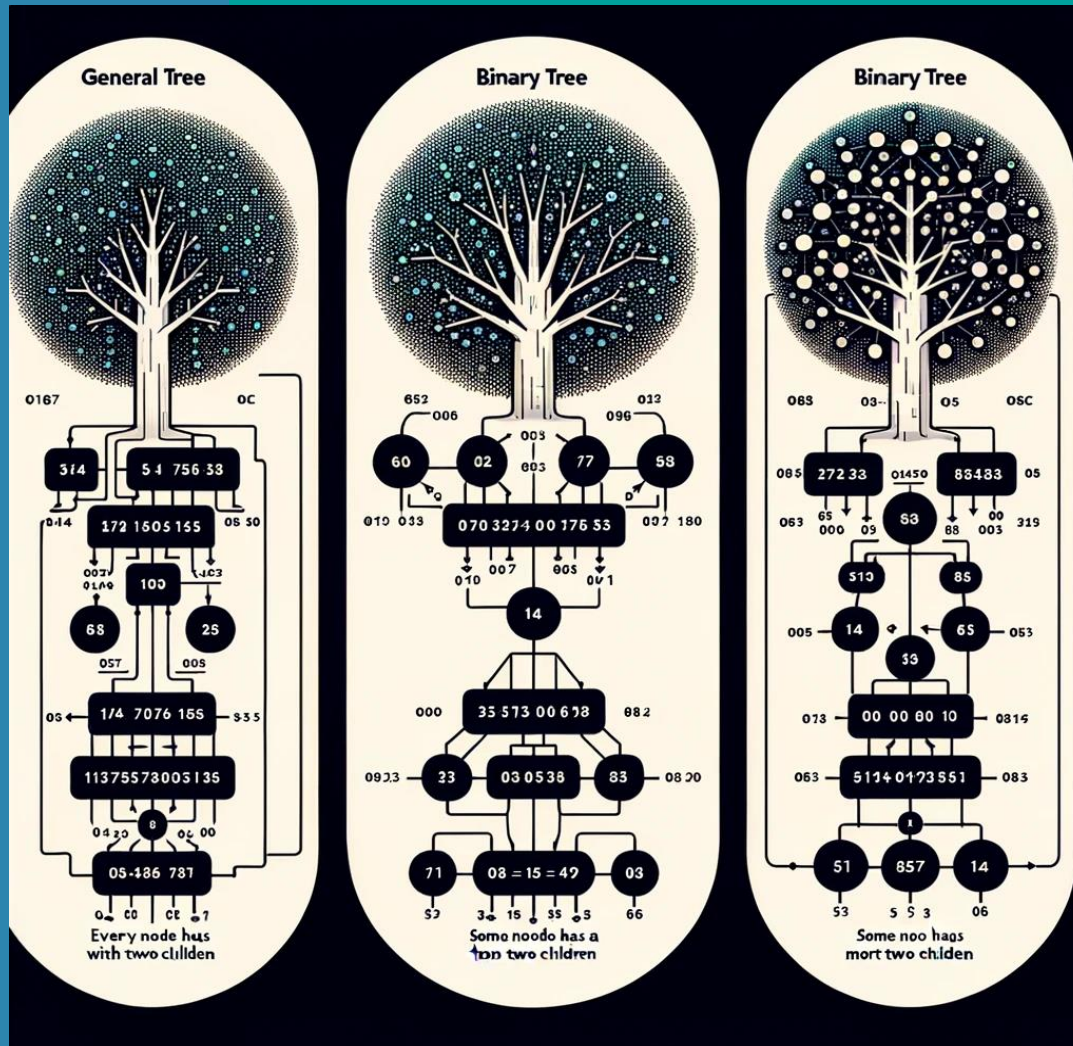
[https://www.linkedin.com/in/
michał-malinowski-malkon/](https://www.linkedin.com/in/michał-malinowski-malkon/)



Struktury drzewiaste

Ćwiczenie 05

ALGORYTMY
I STRUKTURY DANYCH



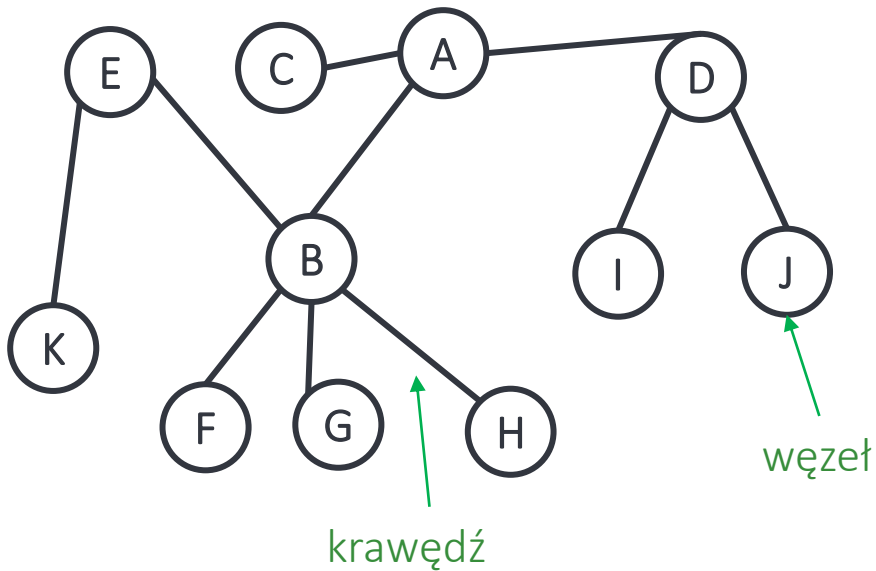
Zagadnienia (2h)

- [Drzewa](#)
- [Drzewa binarne](#)
- [Drzewa BST](#)
- [Porównanie struktur drzewiastych](#)
- [Zadanie: Reprezentacja grafów](#)
- [Zadanie: Drzewa BST \(Binary Search Tree\)](#)

Drzewa

Drzewa (Tree)

to graf z węzłami mającymi 0 lub więcej dzieci.

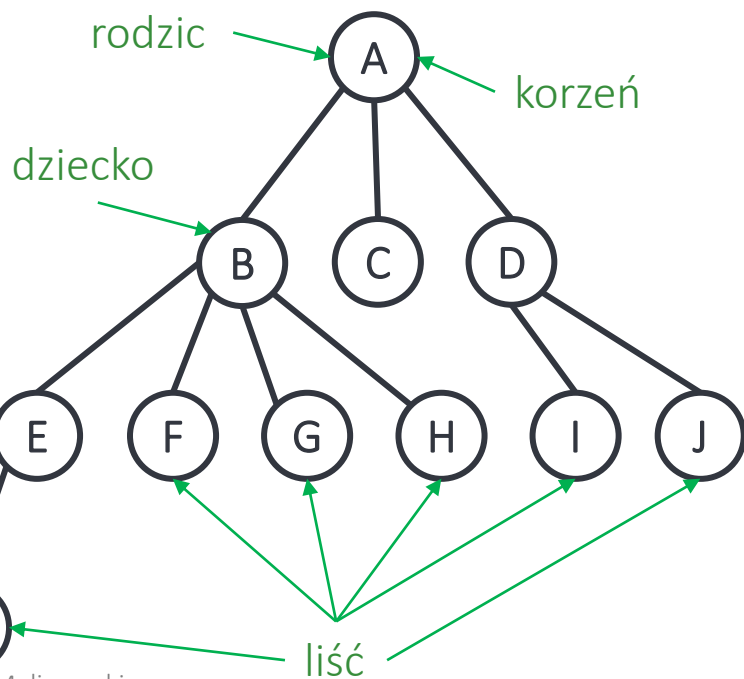


Formalnie to graf nieskierowany, który jest acykliczny i spójny, czyli taki graf, że z każdego wierzchołka drzewa można dotrzeć do każdego innego wierzchołka (spójność) i tylko jednym sposobem (acykliczność, brak możliwości chodzenia „w kółko”)

Drzewa

Drzewo ukorzenione (Tree)

to drzewo, w którym jest wyróżniony jeden z wierzchołków nazywany – **korzeniem**.



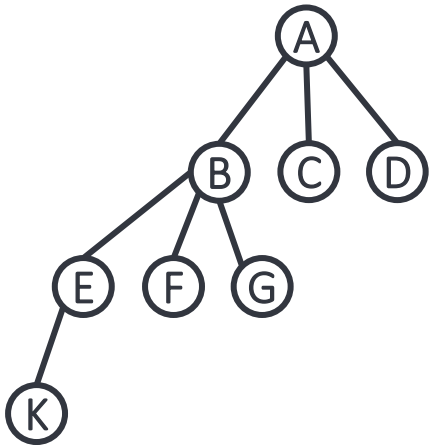
Liść w kontekście struktury danych drzewa, jest węzłem, który nie ma żadnych dzieci. Innymi słowy, jest to węzeł końcowy, który nie posiada ani lewego, ani prawego dziecka.

Drzewo ukorzenione są wykorzystywane do przedstawiania struktur Hierarchicznych

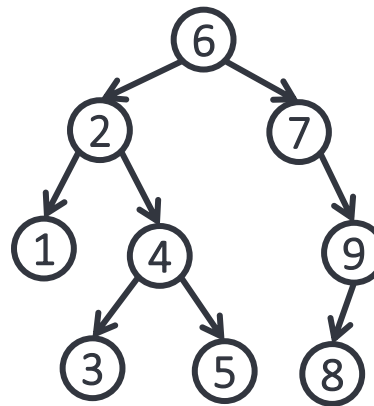
Drzewa

Drzewo zrównoważone

to taka struktura drzewiasta, gdzie różnica wysokości między lewym a prawym poddrzewem każdego węzła jest minimalna - zazwyczaj nie większa niż jeden. Taki stan drzewa umożliwia zachowanie optymalnej złożoności czasowej operacji takich jak wstawianie, wyszukiwanie i usuwanie elementów.



Drzewo niezrównoważone

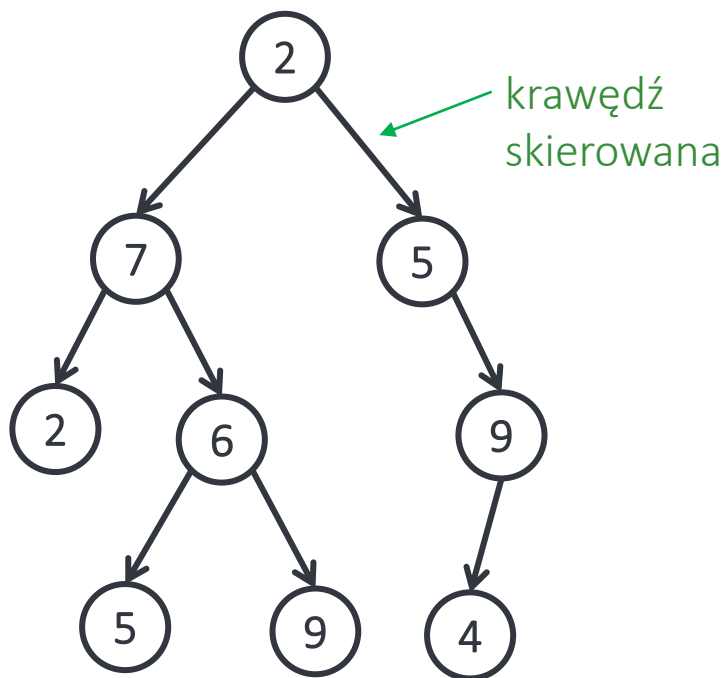


Drzewo zrównoważone

Drzewa binarne

Drzewa Binarne (Binary Tree)

to drzewo, gdzie każdy węzeł ma maksymalnie dwa dzieci.



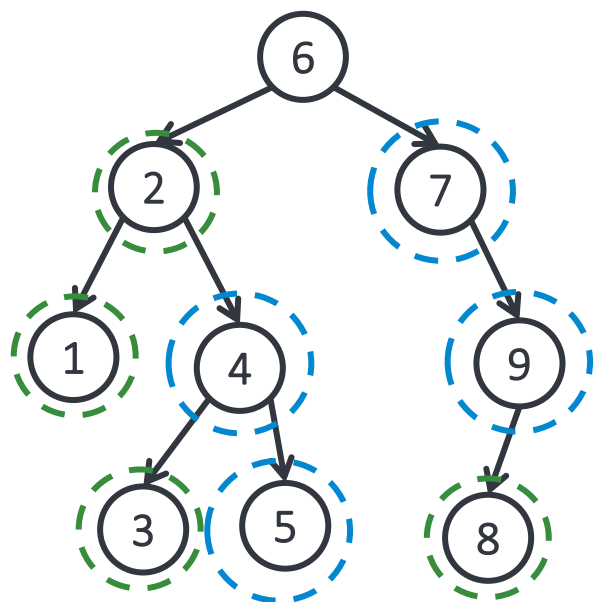
Drzewo binarne z korzeniem to struktura danych, w której jeden konkretny węzeł jest uznawany za punkt początkowy, czyli **korzeń**.

W takim drzewie każdy węzeł może mieć maksymalnie dwa połączone do niego węzły (dzieci), a korzeń drzewa, jako jedyny węzeł, nie ma żadnego węzła nadrzędnego i jego stopień (liczba połączeń z innymi węzłami) jest ograniczony do dwóch.

Drzewa BST

Drzewa BST (Binary Search Tree)

to drzewo binarne, w którym dla każdego węzła wszystkie wartości w lewym poddrzewie są mniejsze, a w prawym poddrzewie większe.



Koszt przeprowadzania kluczowych działań w drzewie BST, takich jak dodawanie, wyszukiwanie, czy usuwanie węzłów, zależy bezpośrednio od jego wysokości h . Tę zależność przedstawia się za pomocą notacji dużego O jako $O(h)$.

W idealnej sytuacji, kiedy drzewo BST jest zrównoważone, jego wysokość jest bliska wartości logarytmu o podstawie 2 z liczby węzłów, co matematycznie wyraża się jako $h \approx \log_2(n)$. W takim przypadku dla drzewa z n węzłami optymalny koszt każdej z tych operacji to $O(\log n)$. Natomiast w najgorszym scenariuszu, kiedy drzewo jest całkowicie niezrównoważone i przypomina listę (każdy węzeł ma tylko jedno dziecko), wysokość drzewa równa się liczbie jego węzłów, czyli $h=n$, a wtedy koszt wszystkich operacji wzrasta do $O(n)$.

Lewe poddrzewo < Prawe poddrzewo

Drzewa BST

Algorytm wstawiania węzła do drzewa BST

```
function wstaw(węzeł, wartość):  
    if węzeł is null:  
        węzeł = nowy Węzeł(wartość)  
    else if wartość < węzeł.wartość:  
        węzeł.lewe = wstaw(węzeł.lewe, wartość)  
    else if wartość > węzeł.wartość:  
        węzeł.prawe = wstaw(węzeł.prawe, wartość)  
    return węzeł
```

```
korzeń = wstaw(korzeń, wartość_do_wstawienia)
```

Porównanie struktur drzewiastych

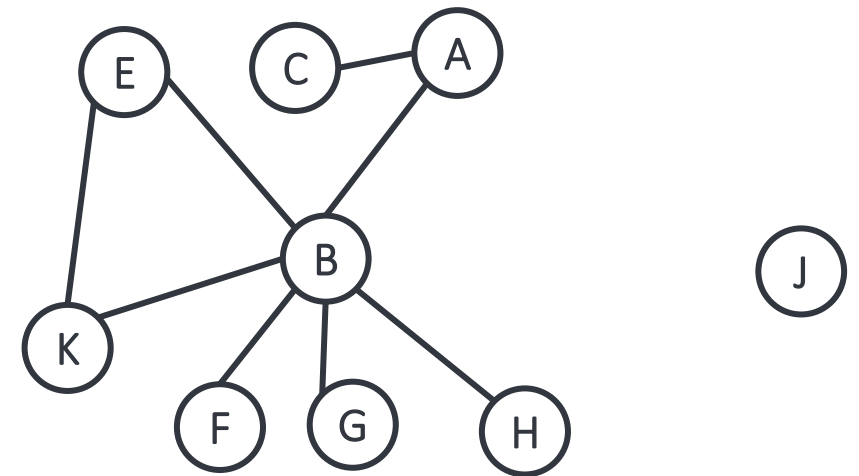
Cechy	Drzewa	Drzewa Binarne	Drzewa BST (Binary Search Tree)
Definicja	Hierarchiczna struktura danych z węzłami mającymi 0 lub więcej dzieci.	Przypadek drzewa, gdzie każdy węzeł ma maksymalnie dwa dzieci.	Drzewo binarne, w którym dla każdego węzła wszystkie wartości w lewym poddrzewie są mniejsze, a w prawym poddrzewie większe.
Liczba dzieci w węźle	0 lub więcej	0, 1 lub 2	0, 1 lub 2
Układ wartości	Brak konkretnych reguł	Brak konkretnych reguł dla wartości	Wartości w lewym poddrzewie < wartość węzła < wartości w prawym poddrzewie
Zastosowanie	Reprezentacja hierarchicznych struktur, jak system plików	Podstawowa struktura dla bardziej zaawansowanych drzew, jak BST	Wyszukiwanie, wstawianie i usuwanie elementów
Złożoność operacji (średnio)	Zależna od specyficznego typu drzewa i jego zbalansowania	$O(n)$ w przypadku niezbalansowanego drzewa	$O(\log n)$ w przypadku zbalansowanego drzewa

Zadanie: Reprezentacja grafów

Zadanie

Zaprezentuj poniższy graf w postaci:

1. Macierzy sąsiedztwa
2. Listy krawędzi
3. Oszacuj złożoność pamięciową każdej z tych reprezentacji gdzie:
 - n - liczba wierzchołków
 - m - liczba krawędzi,



Zadanie: Drzewa BST (Binary Search Tree)

Zadanie

Zbuduj z węzłów tego grafu Drzewo BST.

Jako kryterium porównania przyjmij kolejność znaków w alfabecie co reprezentuje wartość węzłów

Pierwotne krawędzie są nieistotne.

W ilu maksymalnie krokach wyszukasz każdy element w takim Drzewie BST?

